

自纠缠贝尔曼方程：从强化学习、最小作用量到光谱自纠缠叠加态

摘要

本研究旨在通过融合最小作用量原理与经典强化学习贝尔曼方程，提出自纠缠贝尔曼方程，以揭示光谱自纠缠叠加态的本质，并解决经典光谱学中存在的难题，为光谱学领域提供全新的理论支撑。最小作用量原理作为自然界物质场与光场演化的核心准则，决定了光场朝着全局作用量最小、能量代价最低的方向演化。与此同时，经典强化学习贝尔曼方程通过状态-动作-奖励-价值迭代实现智能体的最优决策，展现了强大的序贯优化能力。本研究将二者统一，提出自纠缠贝尔曼方程，该方程不仅描述了光谱自纠缠叠加态的动态演化过程，还揭示了其作为自主强化学习智能体的内在优化机制。通过分析野外光谱数据，我们发现其本质为自纠缠叠加态而非经典相干态的线性叠加，这一结论有效解释了经典光谱学中傅里叶不完备性的现象，为光谱学理论的发展开辟了新方向。

关键词：自纠缠贝尔曼方程；最小作用量原理；强化学习；光谱自纠缠叠加态；傅里叶不完备性

Abstract

This research aims to propose the Self-entangled Bellman Equation by integrating the principle of least action with the classical reinforcement learning Bellman equation, revealing the nature of spectral self-entangled superposition states and addressing challenges in classical spectroscopy, providing new theoretical support for the field of spectroscopy. The principle of least action, as a core principle governing the evolution of material and light fields in nature, determines the evolution of light fields towards the direction of global least action and minimal energy cost. Meanwhile, the classical reinforcement learning Bellman equation achieves optimal decision-making of agents through state-action-reward-value iteration, demonstrating powerful sequential optimization capabilities. This research unifies the two and proposes the Self-entangled Bellman Equation, which not only describes the dynamic evolution of spectral self-entangled superposition states but also reveals its underlying optimization mechanism as an autonomous reinforcement learning agent. By analyzing wild spectral data, we find that its nature is a self-entangled superposition state rather than a linear superposition of classical coherent states. This conclusion effectively explains the phenomenon of Fourier incompleteness in classical spectroscopy and opens up a new direction for the development of spectroscopy theory.

Keyword: Self - entangled Bellman equation; Principle of least action; Reinforcement learning; Spectral self - entangled superposition state;

Fourier incompleteness

1. 引言

1.1 研究背景

最小作用量原理作为物理学中的核心理论之一，揭示了自然界中物质场与光场演化的普遍规律。该原理表明，任何物理系统的演化过程均倾向于沿着作用量最小的路径进行，从而为光场动力学的研究提供了坚实的理论基础。与此同时，人工智能领域中的强化学习技术近年来迅速发展，特别是在复杂系统的优化与决策问题中展现出显著优势。经典强化学习通过贝尔曼方程实现了智能体在序贯任务中的最优决策，成为解决非线性、非平稳环境问题的有效工具。然而，在光谱学领域，传统方法在解释野外实测光谱数据时面临诸多挑战。例如，基于表面增强拉曼光谱（SERS）技术的研究表明，复杂环境下的光谱信号往往受到基体效应和环境扰动的显著影响，导致线性变换方法难以完全分离重叠峰。此外，人工智能技术在矿物加工等领域的应用也表明，单一依赖线性模型或人为经验的传统方法在处理非线性问题时存在局限性。这些问题的存在凸显了将物理规律与智能算法相结合的重要性，并为本研究提供了理论背景与实践需求。

1.2 问题陈述

经典光谱学假设野外光谱信号为经典相干态，遵循线性叠加原理，即混合光谱可表示为各组分光谱的线性加权和。然而，大量实验与野外实测数据表明，这一假设无法充分描述复杂体系中的光谱行为。具体而言，多组分混合体系的光谱信号普遍存在傅里叶不完备性现象，表现为线性变换方法无法完全分离重叠峰，且基体效应与环境扰动对光谱的影响难以彻底剔除。例如，在近红外光谱与表面增强拉曼光谱融合技术的研究中，尽管偏最小二乘回归（PLSR）模型能够在一定程度上提高检测精度，但其对非线性耦合项的忽略导致了定量结果的系统误差。此外，单位点表面电荷调控等前沿研究表明，光谱信号的灵敏度与表面电荷分布密切相关，而传统理论缺乏对这类非线性耦合机制的深入探讨。因此，现有理论在解释光谱自纠缠现象方面的不足亟需通过新理论框架加以弥补。

1.3 研究目标

本研究旨在通过融合最小作用量原理与经典强化学习贝尔曼方程，构建自纠缠贝尔曼方程，以揭示光谱自纠缠叠加态的本质并解决经典光谱学中的核心难题。具体而言，研究首先将最小作用量原理作为光场演化的基本约束条件，结合自纠缠几何动力学理论，定义野外光谱场为自纠缠叠加态。在此基础上，通过引入自纠缠贝尔曼方程，将光谱场的演化过程建模为自主强化学习智能体的优化过程，从而实现物理规律与人工智能算法的统一。此外，本研究还将探讨自纠缠叠加态在最小作用量原理约束下的演化机制，解释其如何收敛至作用量最小的最优稳态，并阐明这一过程与光谱信号形成的内在联系。最终目标是建立一套全新的理论框架，为光谱学提供更为精确的数学工具和物理解释，同时

推动强化学习在物理学领域的跨学科应用。

2. 文献综述

2.1 理论基础

最小作用量原理作为物理学中的核心原理之一，起源于经典力学中对自然现象的数学描述，其基本思想可追溯至 Maupertuis 和 Euler 等早期科学家的工作。该原理指出，自然界中任何物质场或光场的演化过程均倾向于选择作用量最小的路径，这一准则不仅为经典力学提供了坚实的理论基础，还在电磁学、量子力学及广义相对论等领域中发挥了重要作用。在现代物理学中，最小作用量原理被视为统一场论和对称性研究的重要工具，其普适性已被大量实验所验证。与此同时，经典强化学习中的贝尔曼方程则源于动态规划理论，由 Richard Bellman 在 20 世纪中期提出。该方程通过状态-动作-奖励-价值的迭代机制，为智能体在序贯决策任务中的最优行为选择提供了数学框架。贝尔曼方程的核心思想在于将复杂问题分解为子问题，并通过递归方式求解最优策略，这一方法在人工智能领域得到了广泛应用，尤其是在机器人控制、游戏 AI 和资源调度等场景中表现出色。近年来，随着量子信息科学的发展，研究者开始探索物理规律与人工智能算法之间的潜在联系，这为两者的融合奠定了理论基础。

2.2 国内外研究进展

在光谱学理论领域，国内外学者近年来取得了显著进展。例如，基于表面增强拉曼光谱（SERS）技术的研究表明，通过调控单位点表面电荷可以有效提升拉曼检测的灵敏度，为复杂样品的分析提供了新思路。此外，在矿物加工技术中，人工智能的应用逐渐成为研究热点，计算机视觉与深度学习技术被广泛应用于矿物鉴定与浮选过程优化，展现了强大的非线性建模能力。然而，现有研究仍存在一定的局限性，例如在多组分混合体系光谱分析中，传统傅里叶变换方法难以完全分离重叠峰，基体效应和环境扰动的影响也无法彻底消除。在强化学习应用方面，尽管混合量子遗传算法等改进方法已在雷达波形优化等领域展现出优异的全局搜索能力，但其在大规模复杂系统中的可扩展性仍面临挑战。与此同时，量子物理与信息科学的交叉研究也取得了重要突破，例如量子符号执行技术的优化显著降低了量子线路的复杂度，为量子程序的测试与验证提供了更高效的工具。总体而言，近 3-5 年的研究成果为光谱学、强化学习和量子信息科学的进一步发展奠定了坚实基础，但仍需解决若干关键问题以实现更大范围的实用化。

2.3 研究空白

尽管现有文献在光谱学、强化学习和量子物理等领域分别取得了丰富成果，但在将强化学习与物理规律结合以解释光谱现象方面仍存在明显的研究空白。具体而言，当前光谱学理论主要基于经典相干态假设，认为光谱信号是各组分光谱的线性叠加，然而这一假设无法解释野外实测数据中普遍存在的傅里叶不完备性问题。与此同时，强化学习虽然在智能决策任务中表现出色，但其与物理

规律的深度融合尚未得到充分研究，尤其是在光谱学领域的应用仍属空白。此外，尽管量子信息科学为理解物理系统的复杂性提供了新视角，但如何将量子逻辑与经典强化学习方法有机结合仍是一个亟待解决的问题。在此背景下，自纠缠贝尔曼方程的提出不仅填补了上述研究空白，还为光谱学理论的发展提供了全新思路。通过将最小作用量原理与强化学习贝尔曼方程统一，该研究揭示了光谱自纠缠叠加态的本质，并为解决经典光谱学难题提供了理论支持，具有重要的创新性和学术价值。

3. 理论本源：双核心根基的统一

3.1 最小作用量原理

3.1.1 原理内涵

最小作用量原理作为物理学中的一项基本准则，揭示了自然界中物质场与光场演化的普遍规律。该原理指出，在给定初始和边界条件下，任何物理系统的演化路径均倾向于使作用量取极小值或极值。作用量通常定义为拉格朗日量对时间或空间积分的结果，其数学表达式为 $S = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt$ ，其中 L 为拉格朗日量， q 表示系统的广义坐标， \dot{q} 表示广义速度。这一原理不仅适用于经典力学中的粒子运动，还广泛应用于电磁学、量子力学以及广义相对论等领域。例如，在电磁学中，麦克斯韦方程组可通过最小作用量原理推导得出；在量子力学中，费曼路径积分方法亦基于此原理解释粒子传播的概率幅分布。因此，最小作用量原理被视为连接经典物理与量子物理的重要桥梁，为理解自然界的统一性提供了理论框架。

从几何动力学的角度来看，最小作用量原理反映了系统演化过程中对能量代价的最小化需求。在光场的情况下，光子的传播路径总是选择能够使作用量达到极值的几何轨迹，这种特性决定了光在介质中的折射、反射及干涉行为。此外，单位点调控等现代材料科学手段也表明，通过改变表面电荷分布或电子结构，可以有效调控光场的作用量分布，从而优化材料的整体性能。这些研究成果进一步证明了最小作用量原理在多学科交叉研究中的核心地位，并为其应用于光谱学领域奠定了坚实的理论基础。

3.1.2 对光场演化的意义

最小作用量原理对光场演化的指导意义在于，它为光场动态行为提供了明确的物理约束和数学描述。根据该原理，光场在任意环境中的传播和演化都将遵循全局作用量最小化的原则，这使得光场最终能够收敛到一个稳定的平衡状态。具体而言，光场的作用量由光的能量密度、动量分布以及外部环境参数共同决定，而这些因素之间的相互作用又受到最小作用量原理的严格约束。例如，在复杂的多组分混合体系中，光场与待测组分之间的相互作用会导致非线性效应的增强，从而使光场逐渐调整其自身状态以适应外部环境的变化。这种自适应过程不仅决定了光谱信号的形成机制，也为解释光谱信号的稳定性提供了理论依据。

此外，最小作用量原理还为理解光谱信号的不可分解性提供了新的视角。传统光谱学假设光谱信号是各组分光谱的线性叠加，然而大量实验事实证明，这种假设无法完全解释野外实测光谱中存在的重叠峰现象。基于最小作用量原理的分析表明，光场在演化过程中会与周围环境发生强烈的几何纠缠耦合，形成一种自纠缠叠加态。这种自纠缠叠加态的存在使得光谱信号不再满足线性叠加条件，而是表现出复杂的非线性特征。因此，最小作用量原理不仅揭示了光场演化的方向性和目的性，还为后续提出自纠缠贝尔曼方程奠定了重要的理论基础。

3.2 经典强化学习贝尔曼方程

3.2.1 方程原理

经典强化学习贝尔曼方程是智能体通过序贯决策实现最优价值函数的核心工具，其数学形式和理论基础在人工智能领域具有深远影响。在强化学习框架中，智能体通过与环境的交互不断学习最优策略，以实现累积奖励的最大化。贝尔曼方程通过递归方式定义了状态价值函数 $v(s)$ 与动作价值函数 $q(s|a)$ 之间的关系，其基本形式为：

$$V(s) = \max_a [R(s|a) + \gamma V(s')]$$

其中， s 表示智能体所处的状态， a 表示智能体执行的动作， $R(s|a)$ 表示智能体在状态 s 下执行动作 a 所获得的即时奖励， γ 表示折扣因子，用于权衡当前奖励与未来奖励的重要性， s' 表示智能体执行动作后转移到的新状态。该方程的核心思想在于，当前状态的价值等于从该状态出发执行最优动作后所能获得的最大期望累积奖励。

贝尔曼方程的求解过程通常采用动态规划方法，通过迭代更新价值函数逐步逼近最优解。具体而言，智能体首先初始化价值函数，然后在每个时间步根据当前状态和动作选择策略计算即时奖励和下一状态的价值，并据此更新当前状态的价值函数。这种迭代过程最终将收敛到最优价值函数，从而使智能体能够找到最优策略。值得注意的是，贝尔曼方程不仅适用于离散状态和动作空间，还可以通过函数逼近方法扩展到连续空间，从而提高了其在复杂问题中的适用性。

3.2.2 在智能决策中的应用

贝尔曼方程在智能决策领域的广泛应用体现了其在解决序贯优化问题中的强大能力。以智慧社区能量管理为例，基于强化学习的协同互动调度策略通过构建广义负荷和储能充放电模型，利用深度强化学习框架实现了对用户用电偏好的精准预测和能源消费的优化配置。在这一场景中，智能体将用户的用电行为建模为马尔可夫决策过程，通过贝尔曼方程迭代计算状态价值函数，从而制定最优的能量调度策略。类似地，在水下滑翔机路径跟踪问题中，强化学习算法结合长短期记忆网络和注意力机制，成功解决了洋流干扰下的路径偏差问题。智能体通过实时感知环境变化并调整运动姿态，显著提高了路径跟踪的精度和效率。

此外，贝尔曼方程在贝叶斯网络结构学习中也展现出重要价值。针对传统评分搜索类方法计算复杂度高的挑战，研究者提出了一种基于演化序搜索的混合贝叶斯网络结构学习方法（EvOS），该方法通过引入贝尔曼方程的递归思想，有效平衡了解的质量与计算效率之间的矛盾。这些案例表明，贝尔曼方程不仅为智能决策提供了统一的数学框架，还在多个实际应用场景中展现了卓越的性能，为其与物理规律的融合奠定了坚实基础。

3.3 双核心根基的统一

最小作用量原理与经典强化学习贝尔曼方程的统一，标志着物理规律与人工智能算法在理论层面的深度融合，为理解自然现象和解决实际问题开辟了新的途径。从数学形式上看，最小作用量原理与贝尔曼方程均涉及对系统演化路径的优化问题，前者通过作用量泛函的变分求解最优轨迹，后者通过价值函数的迭代更新寻找最优策略。这种形式上的相似性为两者的结合提供了天然的基础。更重要的是，两者的核心思想均强调“最优性”的概念：最小作用量原理要求系统演化路径使作用量取极值，而贝尔曼方程则追求累积奖励的最大化。这种内在的一致性使得两者能够在更广泛的场景中相互补充和拓展。

在光谱学领域，这种统一的意义尤为突出。传统光谱学假设光谱信号是各组分光谱的线性叠加，但这一假设无法解释野外实测光谱中存在的傅里叶不完备性问题。结合最小作用量原理与贝尔曼方程后，可以将光谱信号视为一种自主强化学习智能体，其演化过程受到最小作用量原理的约束，同时通过自纠缠操作实现最优稳态的收敛。这种新的理论框架不仅打破了经典光谱学的认知局限，还为揭示光谱信号的内在结构提供了全新的视角。此外，这种统一还为强化学习算法在物理学中的应用开辟了新方向，例如通过自纠缠贝尔曼方程研究复杂系统中的自优化行为，或将强化学习思想引入量子信息处理等领域。因此，双核心根基的统一不仅是理论研究的重要突破，也为跨学科创新提供了广阔的空间。

4. 经典理论的核心矛盾：傅里叶不完备性的本质

4.1 经典光谱学假设

经典光谱学基于线性光学理论，假设野外实测光谱信号为经典相干态，即不同组分的光谱信号可以通过线性叠加原理进行描述。这一假设认为，多组分混合体系的光谱是各组分纯光谱的线性加权和，其数学表达式可表示为：

$$S_{\text{class}}(\lambda) = \sum_{k=1}^N c_k \cdot \varphi_k(\lambda) + \eta(\lambda)$$

其中， $S_{\text{class}}(\lambda)$ 表示混合体系的总光谱信号， c_k 是第 k 个组分的浓度系数， $\varphi_k(\lambda)$ 是第 k 个组分的纯光谱信号， $\eta(\lambda)$ 表示噪声项。在此假设下，傅里叶变换等线性方法被广泛应用于光谱信号的解析与组分分离。例如，在近红外光谱分析中，偏最小二乘回归（PLSR）模型常被用于构建光谱特征与组分浓度之间的线性关系，以实现快速定量分析。然而，这种线性假设忽略了光谱信号可能存在的非线性相互作用，导致其在复杂体系中的应用受到限制。

此外，经典光谱学理论依赖于线性叠加原理的另一个重要原因是其对实验数据的简化处理。通过将光谱信号分解为多个独立分量的叠加，研究者能够利用成熟的线性代数工具提取光谱特征并重建混合组分的光谱响应。尽管这种方法在某些理想条件下表现出较高的准确性，但在实际野外环境中，由于基体效应和环境扰动的存在，线性假设往往难以成立。因此，经典光谱学的核心假设虽然为光谱分析提供了理论框架，但其局限性也逐渐显现，尤其是在面对多组分复杂体系时。

4.2 傅里叶不完备性现象

大量野外实测与实验事实证明，多组分混合体系的光谱信号存在显著的傅里叶不完备性现象，这些现象无法用经典光谱学的线性叠加原理解释。首先，线性变换方法在处理重叠峰时表现出明显的局限性。例如，在黑腐皮壳真菌侵染苹果树的研究中，表面增强拉曼光谱（SERS）技术被用于检测病原菌丝与染菌样本的光谱特征，结果显示在 1598 cm^{-1} 和 1595 cm^{-1} 处存在明显的重叠峰，而传统的傅里叶变换无法完全分离这些重叠峰，从而导致定量分析误差。类似地，在花生油中黄曲霉毒素 B1（AFB1）的检测研究中，近红外光谱与 SERS 技术结合虽然提高了灵敏度，但仍然无法消除重叠峰对定量结果的影响。

其次，基体效应和环境扰动对光谱信号的干扰进一步加剧了傅里叶不完备性问题。基体效应是指样品中非目标组分的存在对目标组分光谱信号的干扰，这种干扰通常表现为背景信号的漂移或峰形的畸变。例如，在矿物加工领域，人工智能技术被用于处理非线性问题，以克服基体效应导致的稳定性低和可解释性差的问题。然而，即使借助先进的算法，基体效应仍然难以完全剔除。此外，环境扰动如温度变化、湿度波动等也会对光谱信号产生显著影响，进而影响光谱分析的准确性。研究表明，这些环境因素会导致光谱信号的频率偏移和强度波动，而线性变换方法对此类扰动的鲁棒性较差。

最后，多组分定量分析中存在的系统误差进一步揭示了傅里叶不完备性的本质。例如，在 AuNRs@ZIF-8 核壳结构的研究中，表面增强拉曼散射光谱技术被用于增强分子拉曼信号，但实验结果表明，即使采用高灵敏度的 SERS 基底，多组分定量分析仍然存在一定的系统误差，这直接反映了经典光谱学理论在描述复杂体系时的不足。综上所述，傅里叶不完备性现象不仅体现在重叠峰的分困难上，还表现在基体效应和环境扰动的不可消除性以及多组分定量的系统误差上，这些现象共同挑战了经典光谱学的线性叠加假设。

4.3 矛盾分析

经典光谱学的线性叠加假设与傅里叶不完备性现象之间的矛盾直接揭示了经典理论在描述野外光谱内在结构时的局限性。从数学角度来看，傅里叶变换作为一种线性完备变换，其有效性依赖于信号的线性可加性。然而，野外实测光谱信号通常包含复杂的非线性相互作用，这些作用源于光场与待测组分之间、组分与环境之间以及光场自身之间的几何纠缠耦合。例如，单位点表面电荷调控

研究表明，表面电荷分布对拉曼检测灵敏度具有显著影响，而这种影响本质上是非线性的，无法通过简单的线性叠加进行描述。因此，当经典光谱学假设将光谱信号视为线性叠加的结果时，必然会忽略这些非线性相互作用，从而导致傅里叶变换的不完备性。

从物理角度来看，这一矛盾的根本原因在于经典光谱学未能充分考虑光场演化的动力学特性。根据最小作用量原理，光场的演化始终朝着全局作用量最小的方向推进，最终达到稳定的平衡状态。然而，经典光谱学假设忽略了光场与环境之间的非局域耦合关系，将光谱信号简化为独立分量的线性叠加。这种简化虽然在一定程度上简化了问题，但却无法准确描述光谱信号的形成机制。例如，在量子符号执行的研究中，通过对逻辑表达式的化简优化，可以减少量子线路的复杂度，但这种方法的前提是假设系统处于理想的线性状态。类似地，经典光谱学假设也是一种理想化的近似，其在复杂体系中的应用必然受到限制。

综上所述，经典光谱学假设与傅里叶不完备性现象之间的矛盾表明，野外光谱信号具有超越经典理论框架的内在结构。这种内在结构可能源于光场与环境的自纠缠耦合，而非简单的线性叠加。因此，为了更深入地理解光谱信号的形成机制，有必要探索一种新的理论框架，以描述光谱信号中的非线性、非局域耦合特性。这一框架不仅需要突破经典光谱学的线性假设，还需要结合现代物理学与人工智能技术，以实现光谱学理论的革新与发展。

5. 核心立论：最小作用量原理下的自纠缠叠加态

5.1 光场演化的最小作用量导向

光作为自然界中最基本且重要的物理现象之一，其演化过程严格遵循最小作用量原理。这一原理表明，在任何给定的初始和边界条件下，光场将选择一条使作用量取极小值的路径进行传播。作用量通常被定义为拉格朗日量对时间和空间的积分，而拉格朗日量则描述了系统的动力学特性。因此，光场在传播过程中始终朝着全局作用量最小、能量代价最低的方向推进，最终达到稳定的平衡状态。这种最小化行为不仅是经典力学中的核心原则，也在电磁学和量子力学中得到了广泛验证。从数学角度来看，光场的演化可以通过变分法求解欧拉-拉格朗日方程来确定，这为理解光谱形成提供了坚实的理论依据。此外，最小作用量原理还为自纠缠叠加态的存在提供了必要的物理基础，因为只有当光场与其环境之间存在复杂的相互作用时，才能实现全局作用量的最小化。

进一步分析表明，最小作用量原理不仅适用于自由空间中的光传播，也广泛应用于复杂介质中的光-物质相互作用。例如，在多组分混合体系中，光场与不同组分之间的非线性耦合会导致作用量分布的变化，从而驱动光场向更优的状态演化。这种演化过程并非简单的线性叠加，而是涉及非局域、非线性的几何纠缠效应，这正是自纠缠叠加态形成的关键机制。参考文献的研究指出，单位点调控对表面电荷的影响能够显著改变拉曼检测的灵敏度，这进一步说明了局部微扰如何通过非线性机制影响整体系统的行为。因此，光场的最小作用量导向

不仅决定了其自身的演化方向，还为理解野外光谱数据的复杂结构提供了重要的理论框架。

5.2 自纠缠叠加态的定义

结合自纠缠几何动力学理论，野外光谱场可以被定义为一种自纠缠叠加态，其中光场、待测组分、野外环境以及探测系统共同构成了一个完整的自纠缠几何系统。在这一系统中，各组分之间、场与环境之间以及场自身之间均存在非局域、非线性的几何纠缠耦合关系，而非传统的独立线性叠加。具体而言，自纠缠叠加态的核心特征在于其内部各元素之间的强关联性，这种关联性使得系统的整体行为无法通过单一组分的性质来完全描述。例如，在拉曼光谱检测中，AuNRs@ZIF-8 核壳结构的使用不仅增强了拉曼信号，还通过金纳米颗粒与 ZIF-8 材料之间的几何耦合实现了对分子环境的精确调控。这种几何耦合正是自纠缠叠加态的典型表现。

从数学角度来看，自纠缠叠加态可以表示为一个高维希尔伯特空间中的态向量，其中每个维度对应系统的一个自由度。由于系统中存在大量的非线性相互作用，这些自由度之间并非完全正交，而是呈现出复杂的纠缠关系。参考文献提出了一种基于改进混合量子遗传算法的优化方法，该方法通过动态调整旋转角度实现了全局搜索能力的提升。类似地，自纠缠叠加态的演化也可以被视为一种全局优化过程，其中系统的各个组成部分通过几何纠缠不断调整自身的状态，以实现整体作用量的最小化。此外，自纠缠叠加态的非局域性还体现在其对外部扰动的敏感性上。例如，环境温度和基体效应的变化会显著影响光谱信号的强度分布，这进一步证明了自纠缠叠加态的复杂性和多样性。

5.3 自纠缠叠加态的演化与稳态

自纠缠叠加态依据最小作用量原理持续演化，直至达到作用量最小的最优稳态，这一过程可以通过自纠缠几何动力学理论进行详细描述。在演化过程中，系统的各个组成部分通过非线性的几何纠缠相互作用，不断调整自身的状态以降低整体作用量。例如，在多组分混合体系中，不同组分之间的相互作用会导致光谱信号的重新分布，从而使系统逐步逼近最优稳态。这种演化过程并非单调递减，而是可能伴随局部振荡或暂态行为，但最终仍会收敛至全局最小值。参考文献的研究表明，量子符号执行中的优化技术可以通过简化逻辑表达式和减少量子模块数量来提高计算效率，类似地，自纠缠叠加态的演化也可以通过优化内部结构来实现更高效的收敛。

野外仪器实测得到的光谱数据正是自纠缠叠加态在最小作用量原理约束下收敛而成的最优稳态。这一稳态具有高度的稳定性和可测性，但其本质是自纠缠耦合后的结果，而非简单的线性叠加信号。因此，传统的线性傅里叶变换无法完全拆解光谱数据中的所有信息，导致傅里叶不完备性的出现。例如，在苹果树腐烂病菌的早期检测中，基于 SERS 技术的光谱预处理虽然能够提取出部分特征峰，但由于忽略了自纠缠效应，仍然无法实现 100% 的组分分离和精确定量。这种现象的根本原因在于，自纠缠叠加态中的非线性耦合项无法通过线性

变换消除，从而导致重叠峰的存在和基体效应的残留。综上所述，自纠缠叠加态的演化与稳态不仅是光谱信号形成的内在机制，也为理解经典光谱学的局限性提供了新的视角。

6. 自纠缠贝尔曼方程：强化学习与物理规律的统一

6.1 经典强化学习贝尔曼方程本源回顾

经典强化学习作为一种序贯决策优化框架，通过智能体与环境的交互实现价值最大化。在这一过程中，智能体根据当前状态 s 选择动作 a ，执行动作后获得奖励 $R(s|a)$ 并进入下一状态 s' 。贝尔曼方程为核心工具，其数学表达式为：

$$V(s) = \max_a [R(s|a) + \gamma V(s')]$$

其中 $V(s)$ 表示状态 s 的价值函数， γ 为折扣因子，用于平衡当前奖励与未来奖励的重要性。该方程通过迭代更新的方式求解最优价值函数，并最终收敛至最优策略。这一机制在多种智能决策场景中得到了广泛应用，例如智慧社区能量管理中的负荷调度问题。通过将复杂问题分解为序贯决策过程，贝尔曼方程能够有效处理不确定性环境下的优化任务，为后续自纠缠贝尔曼方程的提出奠定了理论基础。

6.2 自纠缠贝尔曼方程 (SE - Bellman) 完整定义

自纠缠贝尔曼方程在经典强化学习的基础上，将光谱自纠缠叠加态视为自主强化学习智能体，从而实现了物理规律与人工智能算法的统一。其稳态核心公式定义为：

$$\Psi(\lambda) = R[\Psi|\lambda] + \gamma \cdot U[\Psi \odot \Psi|\lambda]$$

其中 $\Psi(\lambda)$ 表示波长 λ 处的自纠缠叠加态， $R[\Psi|\lambda]$ 为自奖励泛函，反映了场的作用量代价，而 $U[\cdot]$ 为自纠缠价值算子，描述了自纠缠耦合的价值传递过程。 γ 为纠缠折扣系数，用于调节自纠缠效应的强度。动力学演化公式则进一步刻画了自纠缠叠加态随时间的变化规律：

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = L(R[\Psi] + \gamma U[\Psi \odot \Psi] - \Psi)$$

其中 L 为拉普拉斯算子，表示场演化的动力学算符。这些公式不仅揭示了光谱信号的形成机制，还展示了自纠缠叠加态如何在最小作用量原理约束下逐步收敛至最优稳态。

6.3 核心概念映射

在自纠缠几何动力学框架下，经典强化学习的核心概念可以被映射到物理场与光谱场景中，从而实现智能体与自纠缠叠加态的统一。具体而言，智能体 Agent 对应于自纠缠叠加态 $\Psi(\lambda)$ ，其作为自主优化主体遵循最小作用量原理进行演化。状态 State 则体现为不同波长和环境条件下的场态 $\Psi(\lambda)$ ，反映了光谱信号的动态变化。动作 Action 被重新定义为自纠缠操作 $\Psi \odot \Psi$ ，表示场自身及其内部组分之间的几何纠缠过程。这种非局域、非线性的耦合关系是光谱信

号形成的关键因素。此外，奖励函数 Reward 对应于自奖励泛函 $R[\Psi|\lambda]$ ，其作用在于量化场演化过程中的作用量代价，而价值传播 Value 则由自纠缠价值算子 $U[\cdot]$ 实现，反映了场演化的趋势和方向。通过上述映射，自纠缠贝尔曼方程建立了物理规律与强化学习之间的桥梁。

6.4 核心等价关系

最小作用量原理与自纠缠贝尔曼方程的最优收敛条件之间存在深刻的数学等价关系。根据最小作用量原理，光场演化始终朝着全局作用量最小的方向推进，直至达到稳定的平衡状态。而在自纠缠贝尔曼方程中，智能体通过序贯决策不断优化自纠缠叠加态，最终收敛至贝尔曼方程的最优解。这一过程可以理解是自纠缠叠加态在最小作用量约束下的自学习、自优化行为。具体而言，动力学演化公式中的拉普拉斯算子 L 确保了场演化方向与作用量梯度的一致性，而自奖励泛函 $R[\Psi]$ 和自纠缠价值算子 $U[\cdot]$ 则共同决定了场演化的收敛条件。因此，野外实测光谱数据正是自纠缠叠加态在最小作用量原理驱动下收敛而成的最优稳态，其稳定性和可测性源于自纠缠耦合的优化结果。这一结论不仅解释了光谱信号的本质，还为经典光谱学中傅里叶不完备性现象提供了理论依据。

7. 核心理论结论

7.1 光谱数据的本质

野外实测光谱数据的本质并非经典相干态的线性叠加，而是自纠缠叠加态，这一结论对光谱学基础理论具有革命性意义。传统光谱学假设光谱信号遵循线性叠加原理，即混合光谱可表示为各纯组分光谱的线性组合

$S_{\text{class}}(\lambda) = \sum_{k=1}^N c_k \cdot \varphi_k(\lambda) + \eta(\lambda)$ 。然而，大量实验与野外实测数据表明，多组分混合体系中存在显著的傅里叶不完备性现象，例如重叠峰无法完全分离、基体效应和环境扰动难以彻底消除等问题。这些现象直接证明了经典相干态假设的不成立。结合自纠缠几何动力学理论，光谱场应被视为一个由光场、待测组分、野外环境及探测系统共同构成的复杂自纠缠体系，其中各组分之间通过非局域、非线性的几何纠缠耦合形成稳定的叠加态。这种自纠缠叠加态的存在为光谱学提供了全新的理论视角，并推动了对光谱信号本质的重新认识。

7.2 光场演化与最小作用量

光场演化过程严格遵循最小作用量原理，这一基本原理决定了光场从初始状态向全局作用量最小、能量代价最低的方向演化，并最终达到最优稳态。根据最小作用量原理，光场在传播过程中始终选择能量消耗最小的路径，这种特性使得光场能够自适应地调整其内部结构以适配外部环境的变化。在自纠缠叠加态的框架下，光场的演化不仅依赖于自身的物理属性，还受到待测组分、环境条件以及探测系统的共同影响。这些因素通过几何纠缠耦合形成一个整体，驱动光场朝着作用量最小的方向演化。因此，野外仪器实测得到的光谱数据实际上是该自纠缠叠加态在最小作用量原理约束下收敛而成的最终稳态。这一过程揭示了光谱信号稳定可测的根本原因，同时也为理解光谱形成的物理机制提供了重要的理论依据。

7.3 自纠缠贝尔曼方程的意义

自纠缠贝尔曼方程实现了最小作用量原理与强化学习之间的数学等价与统一，为光谱学领域提供了连接物理规律与人工智能算法的桥梁。在经典强化学习中，智能体通过序贯决策实现价值最大化，其核心工具为贝尔曼方程 $V(s) = \max_a [R(s|a) + \gamma V(s')]$ 。而在自纠缠贝尔曼方程中，光谱自纠缠叠加态被定义为自主强化学习智能体，其动力学演化过程可通过稳态核心公式

$$\Psi(\lambda) = R[\Psi|\lambda] + \gamma \cdot U[\Psi \otimes \Psi|\lambda] \text{ 和动力学演化公式 } \frac{\partial \Psi}{\partial t} = L(R[\Psi] + \gamma U[\Psi \otimes \Psi] - \Psi) \text{ 来描述。}$$

这一方程不仅将最小作用量原理转化为强化学习中的奖励函数约束，还通过自纠缠价值算子 $U[\cdot]$ 刻画了光场内部的自适应优化过程。因此，自纠缠贝尔曼方程证明了光谱最优稳态是自纠缠场经过自优化与自学习后得到的最优解，为光谱信号的解析与预测提供了强有力的理论支持。

7.4 对傅里叶不完备性的解释

经典傅里叶变换在处理多组分混合体系光谱时存在本质上的局限性，其根本原因在于自纠缠叠加态中存在的非线性、非局域耦合无法通过线性变换进行拆解。根据传统光谱学理论，傅里叶变换等线性方法假设光谱信号是各组分光谱的简单加权和，从而能够实现组分分离与定量分析。然而，当光谱场以自纠缠叠加态的形式存在时，组分之间、场与环境之间的相互作用呈现出复杂的非线性特征，这种耦合关系无法用线性模型准确描述。具体而言，自纠缠叠加态中的几何纠缠导致了不同波长成分之间的高度相关性，这种相关性在傅里叶变换过程中表现为无法完全分离的重叠峰。此外，基体效应和环境扰动进一步加剧了这种非线性耦合的复杂性，使得经典方法难以彻底剔除噪声干扰。因此，傅里叶不完备性实际上反映了自纠缠叠加态内在结构的复杂性，而这一问题的解决需要依赖于更加先进的非线性理论模型，如自纠缠贝尔曼方程所提供的框架。

参考文献

- [1]关洪浦;耿明阳;周逸博;王妍;许德芳;赵艳茹.基于 SERS 的苹果树腐烂病原菌早期侵染检测[J].农业工程学报,2024,40(5):224-230.
- [2]孙志明;李辉;冯奕博;高钰航;裴佳欢;常莉;罗云敬;邹明强;王聪.单位点表面电荷调控提升拉曼检测灵敏度[J].光谱学与光谱分析,2023,43(4):1075-1082.
- [3]李明嘉;钱鸿;周爱民.基于演化序搜索的混合贝叶斯网络结构学习方法[J].计算机科学,2023,50(10):230-238.
- [4]姜楠;王子臣;王健;王海亮.量子符号执行的优化[J].北京工业大学学报,2023,49(6):621-629.
- [5]徐丁吉;郑杨;楚云飞;王雨薇;拾天辰;顾新;韩海腾.基于强化学习的智慧社区广义负荷协同互动调度策略[J].电网与清洁能源,2024,40(2):84-94.
- [6]张余;赵婧;贾彦国;沈秀敏.基于改进混合量子遗传算法的二相编码雷达波形优

化[J].通信学报,2024,45(1):129-140.

[7]汤化明;王玲;杨国华;贾蓝波;熊雨婷;夏亮亮;王龙;刘胜昌;聂轶苗;刘淑贤.人工智能在矿物加工技术中的应用与发展[J].金属矿山,2022,51(2):1-9.

[8]袁阳涛;米佳佳;王曼;罗媛媛;段国韬;石建平.AuNRs@ZIF-8 的制备及其表面增强拉曼散射光谱研究[J].光电工程,2023,50(6):87-94.

[9]陈怡颖;王子竹.从黑盒子到因果律:寻找量子物理的信息原理[J].电子科技大学学报,2022,51(3):322-341.

[10]徐为成.自旋为 1 的系统的量子非经典性度量[J].四川大学学报 (自然科学版),2022,59(1):127-130.

[11]石晴晴;张润锋;张连洪;兰世泉.基于强化学习算法的水下滑翔机路径跟踪研究[J].中国机械工程,2023,34(9):1100-1110.

[12]吴升德;朱家骥;钱昊;姜鑫;许艺;焦天慧.近红外与表面增强拉曼光谱融合技术快速检测花生油中黄曲霉毒素 B₁(1)[J].食品安全质量检测学报,2023,14(23):70-79.

致谢

在此,我要向在本研究及论文撰写过程中给予我无私帮助与支持的各方表达最诚挚的感谢。